

Corrigé du DS1 TES Spé maths

1.a $u_2 = \left(1 + \frac{5}{100}\right) \times u_1 + 20 = 1,05 \times u_1 + 20 = 1,05 \times 100 + 20 = 125$

b. $u_{n+1} = \left(1 + \frac{5}{100}\right) \times u_n + 20 = 1,05u_n + 20$

c. $u_3 = 1,05u_2 + 20 = 1,05 \times 125 + 20 = 151,25$

2. $v_n = u_n + 400$

a. $v_1 = u_1 + 400 = 100 + 400 = 500$; $v_2 = u_2 + 400 = 525$; $v_3 = u_3 + 400 = 521,25$

b. Remarque : $v_2 = 1,05 \times v_1$; $v_3 = 1,05 \times v_2$

On va prouver que (v_n) est une suite géométrique de raison 1,05 !

$$v_{n+1} = u_{n+1} + 400 = \underbrace{(1,05u_n + 20)}_{u_{n+1}} + 400 = 1,05u_n + 420 = 1,05 \times \underbrace{(u_n + 420)}_{v_n} = 1,05v_n$$

Donc (v_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et de premier terme $v_1 = 500$

c. $v_n = v_1 q^{n-1} = 500 \times 1,05^{n-1}$

d. Puisque $v_n = u_n + 400$, alors $u_n = v_n - 400$ donc $u_n = 500 \times 1,05^{n-1} - 400$

e. $v_1 + v_2 + \dots + v_n = v_1 \times \frac{1-q^n}{1-q} = 500 \times \frac{1-1,05^n}{1-1,05} = \left(\frac{500}{-0,05}\right) \times (1-1,05^n) = 10\,000 \times (1,05^n - 1)$

donc $v_1 + v_2 + \dots + v_n = 10\,000 \times (1,05^n - 1)$

f.

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = \underbrace{(v_1 - 400)}_{u_1} + \underbrace{(v_2 - 400)}_{u_2} + \dots + \underbrace{(v_n - 400)}_{u_n} = v_1 + v_2 + \dots + v_n - 400 \times n$$

donc $u_1 + u_2 + \dots + u_n = \underbrace{10\,000 \times (1,05^n - 1)}_{v_1 + v_2 + \dots + v_n} - 400n$

3. La somme gagnée par Marc au bout de n jours est :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = 10\,000 \times (1,05^n - 1) - 400n$$

cette somme sera supérieure à 10000 euros lorsque $10\,000 \times (1,05^n - 1) - 400n \geq 10\,000$

c'est-à-dire lorsque $10\,000 \times 1,05^n - 400n \geq 20\,000$

ou encore lorsque $1,05^n - \frac{400}{10000}n \geq 2$, c'est-à-dire $1,05^n - 0,04n \geq 2$

la calculatrice donne :

n	$1,05^n - 0,04n$
15	1,3799316
16	1,43892818
17	1,50287459
18	1,57201832
19	1,64661923
20	1,7269502
21	1,81329771
22	1,90596259
23	2,00526072

► > 2 , au bout de 23 jours Marc aura gagné plus de 10 000 €